

Feuille de révisions**Exercice 1** *Calcul Matriciel*

On considère les deux matrices A et B suivantes :

$$\begin{pmatrix} -5 & 7 & 3 \\ 1 & -9 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Calculer $A - B$, $A \times (2B - I_3)$. Trouver un entier n tel que $B^n = 0$. On appelle le plus petit indice vérifiant cette propriété, s'il existe, l'indice de nilpotence.

Exercice 2 *ED d'ordre 2*

Résoudre l'équation différentielle d'ordre 2 suivante avec problème de Cauchy :

$$y''(t) + y(t) = t + \sin(t), \quad y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

Exercice 3 *ED d'ordre 1*

- Dériver la fonction définie par $f(x) = \ln(\sqrt{1+x^2})$. Préciser son ensemble de définition.
- On considère l'équation différentielle :

$$(1+t^2)y'(t) - ty(t) = \sqrt{1+t^2}.$$

Donner l'ensemble des solutions de l'équation homogène.

- Trouver une solution particulière par la méthode de variation de la constante.
- Donne l'unique solution satisfaisant $y(0) = 2$.

Exercice 4 *Fonctions de deux variables*

- Étudier la nature des points critiques de la fonction suivante de deux variables définies sur \mathbf{R}^2 par :

$$f(x, y) = 1 + 2x + 2y - x^2 - xy - 5y^2.$$

- Étudier la nature des points critiques de la fonction suivante de deux variables définies sur \mathbf{R}^2 par :

$$f(x, y) = x^2 + y^3 - 12y.$$

Exercice 5 *Intégrales doubles*

- Calculer :

$$\int \int_{[1,3] \times [2,3]} (4xy - 4y + 11) dx dy.$$

- Calculer :

$$\int \int_{[0, \pi/2] \times [-1, 1]} (y^2 \cos x - x^2 y) dx dy.$$