

INTERROGATION N°1, SUJET 1

30 minutes

EXERCICE 1 *Cours*

On considère une courbe paramétrée donnée par deux fonctions $x, y : [-\alpha, \alpha] \rightarrow \mathbf{R}$ avec $\alpha > 0$.

- 1) On suppose x, y paires, réduire le domaine d'étude.
- 2) Rappeler la définition d'un point singulier en un paramètre t_0 et préciser avec un dessin l'allure de la courbe si p pair, q impair où les vecteurs $T^{(p)}(t_0), T^{(q)}(t_0)$ sont définis dans le cours.

EXERCICE 2 *Une étude de courbe*

On considère

$$\begin{cases} x(t) &= \frac{t^2}{(t+1)(t-2)} \\ y(t) &= \frac{t^2(t+2)}{t+1} \end{cases}.$$

- 1) Préciser le domaine de définition de la courbe.
- 2) Étudier les branches infinies.

EXERCICE 3 *Bonus*

Soient $a, b \in \mathbf{R}^*$. On considère la courbe paramétrée \mathcal{C} donnée par le paramétrage

$$\begin{cases} x(t) &= 2t + \frac{a^3}{t^2} \\ y(t) &= t^2 + \frac{2b^3}{t} \end{cases}, \text{ avec } t \in \mathbf{R}^*.$$

Déterminer une condition nécessaire et suffisante sur a, b pour que \mathcal{C} admette un point de rebroussement de première espèce.

INTERROGATION N°1, SUJET 2

30 minutes

EXERCICE 1 *Cours*

On considère une courbe paramétrée donnée par deux fonctions $x, y : [-\alpha, \alpha] \rightarrow \mathbf{R}$ avec $\alpha > 0$.

- 1) On suppose x impaire, y 2π -périodique et paire, réduire le domaine d'étude.
- 2) On a trouvé $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \infty$, et $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \infty$. Expliquer comment trouver l'allure de la courbe au voisinage de $+\infty$ et l'éventuelle équation d'une asymptote oblique.

EXERCICE 2 *Une étude de courbe*

On considère

$$\begin{cases} x(t) &= \frac{\sin t}{1 - \sqrt{2} \cos t} \\ y(t) &= \frac{\cos t}{1 - \sqrt{2} \sin t} \end{cases}.$$

- 1) Préciser le domaine de définition de la courbe.
- 2) Réduire le domaine d'étude.
- 3) Étudier les branches infinies.

EXERCICE 3 *Bonus*

Soient $a, b \in \mathbf{R}^*$. On considère la courbe paramétrée \mathcal{C} donnée par le paramétrage

$$\begin{cases} x(t) &= 2t + \frac{a^3}{t^2} \\ y(t) &= t^2 + \frac{2b^3}{t} \end{cases}, \text{ avec } t \in \mathbf{R}^*.$$

Déterminer une condition nécessaire et suffisante sur a, b pour que \mathcal{C} admette un point de rebroussement de première espèce.